

Accessibilit  della decisione e inaccessibilit  strutturale sotto collasso rappresentazionale

Pierernesto Di Paolo - Ricercatore indipendente - ORCID: 0009-0003-0149-4321

2026

Working paper / preprint per deposito Zenodo

Versione: 1.0

Tipo di documento: working paper teorico con metrica operativa di audit

Citazione raccomandata prima dell'assegnazione del DOI:

Di Paolo, P. (2026). *Accessibilit  della decisione e inaccessibilit  strutturale sotto collasso rappresentazionale*. Working paper / preprint.

Citazione raccomandata dopo l'assegnazione del DOI:

Di Paolo, P. (2026). *Accessibilit  della decisione e inaccessibilit  strutturale sotto collasso rappresentazionale*. Zenodo. DOI da inserire dopo la pubblicazione.

Nota dell'autore

Questo working paper presenta un quadro formale-operativo per identificare fallimenti decisionali prodotti da collasso rappresentazionale. Il testo   concepito come preprint autonomo: non richiede la lettura preliminare di libri, manoscritti o archivi collegati. Il lavoro ha struttura teorica e applicazione orientata all'audit. Non costituisce consulenza clinica, legale, finanziaria o tecnica per casi concreti.

Abstract

I sistemi decisionali non operano direttamente sullo stato completo della realt . Operano su rappresentazioni: misurazioni, registri, categorie, fascicoli probatori, vettori di caratteristiche, embedding, punteggi, protocolli o descrizioni istituzionali. Questo paper formalizza una classe di fallimenti decisionali che si manifesta quando una rappresentazione collassa stati reali distinti nella stessa configurazione operativa. La tesi centrale   volutamente limitata: se stati reali diversi diventano indistinguibili nella rappresentazione disponibile, ma richiedono decisioni corrette incompatibili, allora nessuna regola decisionale deterministica fondata soltanto su quella rappresentazione puo garantire correttezza per tutti quegli stati. Non si tratta di una tesi sulla negligenza, sull'irrazionalit , sul bias o sulla cattiva ottimizzazione. Si tratta di una tesi sull'accessibilit  della decisione corretta sotto una data rappresentazione.

Il quadro   definito mediante uno spazio degli stati X , uno spazio delle rappresentazioni Z , una mappa rappresentazionale $C : X \rightarrow Z$, un insieme delle decisioni D , una corrispondenza di disponibilit  $A^i(z) \subseteq D$ e una corrispondenza di correttezza $B(x) \subseteq D$. Il paper distingue tre condizioni spesso confuse: errore evitabile, ambiguit  strutturale a livello di fibra e fallimento necessario a livello di singolo stato. Il teorema principale fornisce condizioni necessarie e sufficienti per la correttezza garantita su una fibra rappresentazionale. Una regola decisionale

puo essere garantitamente corretta per tutti gli stati rappresentati dallo stesso z se e solo se esiste almeno una decisione che sia al tempo stesso disponibile sotto z e corretta per ogni stato nella fibra $C^{-1}(z)$. Quando questa intersezione comune e vuota, la correttezza non puo essere garantita senza modificare la rappresentazione, l'insieme delle decisioni disponibili o l'architettura informativa del processo.

Il quadro e posizionato rispetto alla razionalita limitata, alla teoria dell'informazione, alla cibernetica e alla teoria statistica della decisione. A differenza della razionalita limitata di Simon, il limite principale non e collocato nella capacita cognitiva dell'agente, ma nella struttura discriminativa della rappresentazione. A differenza della teoria della comunicazione di Shannon, il focus non e la trasmissione dell'informazione in generale, ma la perdita informativa rilevante per la decisione. A differenza delle valutazioni fondate sulla sola accuratezza aggregata, il quadro individua regioni rappresentazionali locali nelle quali gli errori possono risultare irriducibili sotto la rappresentazione data. Il paper introduce il Representational Collapse Index (RCI) come metrica di audit per campioni finiti o archivi di casi. L'RCI stima la proporzione di casi collocati in classi rappresentazionali che contengono decisioni corrette incompatibili. Il risultato e un quadro formale-operativo, non una teoria universale della correttezza valida per ogni dominio.

Parole chiave: teoria della decisione; rappresentazione; inaccessibilita strutturale; collasso rappresentazionale; perdita informativa; razionalita limitata; cibernetica; audit; intelligenza artificiale; decisione giuridica; decisione clinica.

1. Introduzione

Un sistema decisionale decide raramente dalla realta in se. Decide da una rappresentazione della realta. In medicina, la decisione si fonda su sintomi, misurazioni, immagini, valori di laboratorio e cartelle cliniche. Nel diritto, si fonda su prove ammissibili, atti processuali, allegazioni, fascicoli e fatti riconosciuti. Nell'intelligenza artificiale, si fonda su caratteristiche, embedding, token, etichette, flussi sensoriali o stati interni appresi.

Questa circostanza produce un problema strutturale. Un sistema puo fallire non perche il decisore sia irrazionale, non perche il modello sia debole, e non perche la regola decisionale sia mal ottimizzata. Puo fallire perche la rappresentazione non conserva la distinzione necessaria alla decisione corretta.

La domanda guida di questo paper e: quando una decisione corretta diventa inaccessibile a causa della rappresentazione su cui il sistema e costretto a operare?

La risposta non e che ogni perdita informativa sia fatale. Ogni rappresentazione scarta informazione. Molta informazione scartata e irrilevante per il compito decisionale. Il caso critico emerge quando la rappresentazione collassa stati che richiedono decisioni corrette incompatibili. In tale situazione, qualunque regola che veda soltanto la rappresentazione collassata deve trattare quegli stati nello stesso modo, mentre la correttezza richiede di trattarli in modo diverso.

Il contributo del paper e quadruplice. Primo, offre un vocabolario formale per distinguere l'errore evitabile dall'inaccessibilita strutturale. Secondo, dimostra un criterio a livello di fibra per la correttezza garantita sotto vincoli rappresentazionali. Terzo, introduce una metrica

operativa di audit, il Representational Collapse Index, per rilevare collassi decisionalmente rilevanti in campioni finiti. Quarto, posiziona il risultato rispetto alla razionalità limitata, alla teoria dell'informazione, alla cibernetica e alla teoria della decisione.

Il quadro è intenzionalmente limitato. Non definisce la correttezza in modo universale. Non sostiene che tutti gli errori siano strutturali. Non elimina il giudizio di dominio. Il suo scopo è più preciso: identificare i casi in cui nessun miglioramento della sola regola decisionale può recuperare una distinzione già assente dalla rappresentazione.

2. Posizionamento teorico

2.1 Razionalità limitata

La razionalità limitata di Simon individua limiti nelle capacità cognitive, informative e organizzative del decisore. L'agente limitato non può esaminare tutte le alternative, calcolare tutte le conseguenze o ottimizzare in condizioni di conoscenza completa. Ne deriva una condotta di soddisfacimento, più che di ottimizzazione perfetta (Simon, 1957).

Il presente quadro sposta il luogo del limite. Il vincolo primario non è la capacità cognitiva dell'agente, ma la rappresentazione disponibile all'agente o al sistema. Anche un agente pienamente razionale non può selezionare una decisione garantitamente corretta quando la rappresentazione collassa stati che richiedono decisioni corrette reciprocamente incompatibili.

La distinzione può essere formulata in modo netto: nella razionalità limitata il decisore è limitato; nell'inaccessibilità strutturale la rappresentazione è insufficientemente discriminativa per il compito. Se il problema è la razionalità limitata, l'intervento può consistere in migliore ragionamento, migliore calcolo, migliore formazione o migliori incentivi. Se il problema è il collasso rappresentazionale, tali interventi possono fallire finché la rappresentazione rimane invariata.

2.2 Shannon e perdita informativa rilevante per la decisione

La teoria della comunicazione di Shannon formalizza informazione, entropia e capacità del canale (Shannon, 1948). In quel quadro, un canale può trasmettere, distorcere o perdere distinzioni. Il presente paper riprende l'intuizione della perdita informativa, ma la restringe all'accessibilità della decisione.

Una rappresentazione C può essere non iniettiva senza produrre fallimento decisionale. Se due stati collassano nella stessa rappresentazione ma condividono almeno una decisione corretta, il collasso può essere innocuo per quel compito. Il collasso diventa strutturalmente rilevante soltanto quando la distinzione perduta separa insiemi di correttezza incompatibili.

La domanda rilevante non è quindi soltanto se sia stata persa informazione, ma se sia stata persa informazione necessaria all'accesso a una decisione corretta. Questa è una riformulazione decisionale della perdita informativa.

2.3 Ashby e varietà necessaria

La legge della varietà necessaria di Ashby afferma che una regolazione efficace richiede una varietà sufficiente nel regolatore per assorbire o contrastare la varietà delle perturbazioni

(Ashby, 1956). Il presente quadro è compatibile con tale idea, ma si concentra su un meccanismo specifico: l'insufficienza della varietà rappresentazionale.

Un sistema può disporre di molte azioni possibili e fallire comunque se la sua rappresentazione non distingue gli stati per i quali quelle azioni sono appropriate. Al contrario, una rappresentazione può conservare molte distinzioni e fallire ugualmente se l'insieme delle decisioni disponibili è troppo ristretto.

L'inaccessibilità strutturale può derivare da insufficiente varietà rappresentazionale, insufficiente varietà decisionale, disallineamento tra rappresentazione e disponibilità decisionale, o perdita della distinzione specificamente richiesta dal criterio di correttezza.

2.4 Teoria statistica della decisione

La teoria statistica della decisione studia le decisioni sotto incertezza combinando azioni, stati, funzioni di perdita e distribuzioni di probabilità (Wald, 1950). Il presente quadro è compatibile con quella tradizione, ma mette in evidenza un confine diverso.

La teoria statistica può individuare un'azione ottimale sotto una distribuzione posteriore. Tuttavia, l'ottimalità in aspettativa non implica correttezza garantita per ogni stato reale compatibile con la rappresentazione. Se una rappresentazione z è compatibile con stati che richiedono azioni corrette incompatibili, la migliore decisione attesa può comunque essere strutturalmente incapace di essere corretta per tutti gli stati nella fibra.

2.5 Arrow e impossibilità strutturale

Il teorema di impossibilità di Arrow mostra che certe condizioni desiderabili non possono essere soddisfatte congiuntamente nell'aggregazione collettiva delle preferenze (Arrow, 1951). Il presente quadro non è un teorema di scelta sociale. Non riguarda l'aggregazione delle preferenze. Il nesso è metodologico: entrambi gli approcci identificano fallimenti strutturali, non accidentali.

Qui la struttura non è una regola di voto. È la relazione tra stati reali, rappresentazioni, decisioni disponibili e correttezza.

3. Quadro formale

Siano:

- X un insieme non vuoto di stati reali;
- Z un insieme non vuoto di rappresentazioni;
- D un insieme non vuoto di decisioni possibili;
- $C: X \rightarrow Z$ una mappa rappresentazionale;
- $A^i: Z \rightarrow P(D)$ una corrispondenza di disponibilità;
- $B: X \rightarrow P(D)$ una corrispondenza di correttezza.

Per ogni stato $x \in X$, il sistema non osserva direttamente x . Opera su $z = C(x)$. L'insieme $A^i(z)$ contiene le decisioni disponibili sotto la rappresentazione z . La disponibilità può essere fisica, giuridica, istituzionale, computazionale, procedurale o epistemica. L'insieme $B(x)$ contiene le

decisioni corrette per lo stato x . La correttezza è dipendente dal dominio, e il quadro non assume che $B(x)$ sia un singoletto.

Una regola decisionale deterministica è una funzione $f : Z \rightarrow D$. Una regola rispetta la disponibilità se $f(z) \in A^i(z)$ per ogni z rilevante. La decisione selezionata nello stato x è $f(C(x))$. Una decisione è corretta in x se $f(C(x)) \in B(x)$.

4. Definizioni di base

Definizione 1 - Equivalenza rappresentazionale. Due stati $x_1, x_2 \in X$ sono rappresentazionalmente equivalenti sotto C se $C(x_1) = C(x_2)$. Scriviamo $x_1 \sim_C x_2$. Questa relazione partiziona X in fibre rappresentazionali.

Definizione 2 - Fibra. Per $z \in Z$, la fibra generata da z è $F_z = C^{-1}(z) = \{x \in X : C(x) = z\}$. Una fibra è l'insieme degli stati reali indistinguibili sotto la rappresentazione z .

Definizione 3 - Collasso rappresentazionale. Un collasso rappresentazionale si verifica in z se $|F_z| \geq 2$. Equivalentemente, esistono $x_1 \neq x_2$ tali che $C(x_1) = C(x_2) = z$. Il collasso rappresentazionale non è automaticamente patologico. Diventa rilevante per la decisione solo quando gli stati collassati richiedono decisioni incompatibili.

Definizione 4 - Insieme di correttezza comune della fibra. Per una fibra F_z , definiamo $K(z) = \bigcap_{x \in F_z} B(x)$. Questo è l'insieme delle decisioni corrette per ogni stato reale compatibile con la rappresentazione z .

Definizione 5 - Insieme di correttezza comune disponibile. Per una rappresentazione z , definiamo $G(z) = A^i(z) \cap K(z) = A^i(z) \cap \bigcap_{x \in F_z} B(x)$. $G(z)$ è l'insieme delle decisioni che sono al tempo stesso disponibili sotto z e corrette per ogni stato nella fibra.

Definizione 6 - Conflitto decisionale. Due stati $x_1, x_2 \in X$ sono in conflitto decisionale se $B(x_1) \cap B(x_2) = \emptyset$. Nessuna singola decisione è corretta per entrambi.

Definizione 7 - Fibra decisionalmente incoerente. Una fibra F_z è decisionalmente incoerente se $K(z) = \emptyset$. Il conflitto a coppie è sufficiente per l'incoerenza, ma in sistemi di insiemi con più di due stati non è sempre necessario.

Definizione 8 - Errore evitabile. Un sistema commette un errore evitabile in x quando la decisione selezionata è scorretta, pur esistendo almeno una decisione corretta disponibile: $f(C(x)) \notin B(x)$ e $A^i(C(x)) \cap B(x) \neq \emptyset$.

Definizione 9 - Fallimento necessario a livello di stato. Un sistema si trova in fallimento necessario a livello dello stato x quando nessuna decisione disponibile sotto la rappresentazione è corretta per quello stato: $A^i(C(x)) \cap B(x) = \emptyset$. Questa è una definizione, non un teorema.

Definizione 10 - Ambiguità strutturale a livello di fibra. Una rappresentazione z presenta ambiguità strutturale a livello di fibra quando $G(z) = \emptyset$. Questo significa che nessuna singola decisione disponibile è garantitamente corretta per tutti gli stati reali compatibili con z .

Definizione 11 - Caso indeterminato. Un caso è indeterminato quando la relazione di intersezione rilevante non può essere stabilita sulla base delle informazioni disponibili.

5. Teorema principale

Teorema 1 - Criterio di fibra per la correttezza garantita

Sia $z \in Z$ e sia $F_z = C^{-1}(z)$ non vuota. Esiste una regola decisionale deterministica $f: Z \rightarrow D$, rispettosa della disponibilità, che sia corretta per ogni stato $x \in F_z$ alla rappresentazione z , se e solo se:

$$A^i(z) \cap \bigcap_{x \in F_z} B(x) \neq \emptyset.$$

Equivalentemente, $G(z) \neq \emptyset$.

Dimostrazione. Supponiamo anzitutto che esista una regola decisionale deterministica f , rispettosa della disponibilità, corretta per ogni $x \in F_z$. Poiché la regola opera su z , essa seleziona una singola decisione $f(z)$. Poiché rispetta la disponibilità, $f(z) \in A^i(z)$. Poiché è corretta per ogni $x \in F_z$, $f(z) \in B(x)$ per ogni $x \in F_z$. Dunque $f(z) \in A^i(z) \cap \bigcap_{x \in F_z} B(x)$, quindi l'intersezione è non vuota.

Viceversa, supponiamo che $A^i(z) \cap \bigcap_{x \in F_z} B(x) \neq \emptyset$. Allora esiste una decisione $d \in D$ tale che $d \in A^i(z)$ e $d \in B(x)$ per ogni $x \in F_z$. Definiamo una regola deterministica f tale che $f(z) = d$. Allora f rispetta la disponibilità in z ed è corretta per ogni stato in F_z . Questo prova l'equivalenza. $\square$

Interpretazione. Il teorema dà la condizione esatta sotto cui una rappresentazione z supporta una decisione garantitamente corretta per tutti gli stati reali compatibili con essa. Non basta che per ciascuno stato esista qualche decisione corretta. La stessa decisione disponibile deve essere corretta per tutti gli stati nella fibra.

6. Inaccessibilità strutturale sotto conflitto a coppie

Corollario 1 - Il conflitto a coppie esclude la correttezza garantita

Siano $x_1, x_2 \in X$. Supponiamo $C(x_1) = C(x_2) = z$ e $B(x_1) \cap B(x_2) = \emptyset$. Allora nessuna regola decisionale deterministica $f: Z \rightarrow D$ può essere corretta per entrambi x_1 e x_2 .

Dimostrazione. Poiché $C(x_1) = C(x_2) = z$, ogni regola deterministica seleziona la stessa decisione per entrambi gli stati: $f(C(x_1)) = f(C(x_2)) = f(z)$. Se f fosse corretta per entrambi gli stati, allora $f(z) \in B(x_1)$ e $f(z) \in B(x_2)$, dunque $f(z) \in B(x_1) \cap B(x_2)$. Ma per ipotesi l'intersezione è vuota. Contraddizione. $\square$

Questo corollario non implica che $A^i(z) \cap B(x) = \emptyset$ per uno dei due stati. Tale affermazione più forte sarebbe falsa in generale. Può accadere che $A^i(z)$ contenga una decisione corretta per x_1 e anche una diversa decisione corretta per x_2 . L'impossibilità riguarda la selezione garantita dalla

rappresentazione comune z , non la mera esistenza di azioni corrette specifiche per ciascuno stato.

7. Fallimento necessario a livello di stato

Proposizione 1 - Il fallimento necessario e una condizione di intersezione

Per uno stato $x \in X$, il fallimento necessario sotto la rappresentazione e i vincoli di disponibilit  dati si verifica se e solo se $A^i(C(x)) \cap B(x) = \emptyset$.

Dimostrazione. Per definizione, $A^i(C(x))$   l'insieme delle decisioni disponibili sotto la rappresentazione di x . $B(x)$   l'insieme delle decisioni corrette per x . La loro intersezione   l'insieme delle decisioni al tempo stesso disponibili e corrette. Se l'intersezione   vuota, nessuna decisione disponibile   corretta. Se non   vuota, esiste almeno una decisione corretta disponibile. $\square$

8. Corollari e conseguenze

Se $G(z) = A^i(z) \cap \bigcap_{x \in F_z} B(x) = \emptyset$, allora sostituire una regola decisionale deterministica f con un'altra regola deterministica g non puo produrre correttezza garantita sull'intera fibra F_z , finche C , A^i e B restano invariati.

Se $G(z) = \emptyset$, la correttezza garantita sulla fibra puo essere ripristinata solo modificando C in modo che gli stati rilevanti vengano separati, espandendo o modificando $A^i(z)$, rivedendo il criterio B , introducendo informazione aggiuntiva non contenuta in z , oppure riconoscendo che nessuna decisione   garantita e disponibile e passando a una gestione esplicita del rischio.

L'accuratezza aggregata non mostra se gli errori sono concentrati in fibre decisionalmente incoerenti. Due sistemi possono avere la stessa accuratezza ma rischio strutturale diverso.

9. Estensione probabilistica

Sia $P(x | z)$ una distribuzione posteriore sugli stati reali compatibili con la rappresentazione z . Sia $L(d, x)$ una funzione di perdita. Una decisione di Bayes puo essere definita come:

$$d^i(z) \in \arg \min_{d \in A^i(z)} E[L(d, X) | z].$$

Questa decisione puo essere ottimale in perdita attesa. Tuttavia, l'ottimalit  attesa non implica correttezza garantita per ogni stato nel supporto di $P(\cdot | z)$.

Se esistono x_1, x_2 nel supporto di $P(\cdot | z)$ tali che $B(x_1) \cap B(x_2) = \emptyset$, nessuna decisione deterministica fondata solo su z puo essere corretta per entrambi gli stati. La regola probabilistica puo gestire il rischio, distribuire l'errore o minimizzare la perdita attesa. Non puo recuperare una distinzione assente da z .

10. Deriva rappresentazionale cumulativa

I sistemi decisionali spesso non contengono una singola mappa, ma catene di trasformazioni. Un percorso clinico converte sintomi in misurazioni, misurazioni in punteggi, punteggi in protocolli. Un processo giuridico converte eventi in prove, prove in atti ammissibili, atti in accertamenti. Una pipeline di intelligenza artificiale converte input in caratteristiche, caratteristiche in embedding, embedding in output.

Sia $X_0 \xrightarrow{C_1} X_1 \xrightarrow{C_2} X_2 \xrightarrow{C_3} \dots \xrightarrow{C_n} X_n$.

Proposizione 2 - Irrecuperabilità delle distinzioni collassate sotto trasformazioni deterministiche successive

Supponiamo che per un certo k , due stati $u, v \in X_{k-1}$ soddisfino $C_k(u) = C_k(v)$. Se tutte le trasformazioni successive $C_{k+1}, \dots, C_n$ operano soltanto sull'output di C_k , e nessuna informazione esterna reintroduce una distinzione tra u e v , allora la distinzione tra u e v non può essere recuperata a valle.

Dimostrazione. Dopo la trasformazione C_k , i due stati hanno la stessa immagine. Ogni trasformazione deterministica successiva riceve input identico per entrambi i rami. Una funzione deterministica applicata a input identici produce output identici. Pertanto tutte le rappresentazioni successive restano identiche, salvo introduzione di informazione esterna alla catena trasformativa. $\square$

11. Representational Collapse Index

Sia $S \subset X$ un campione finito. La rappresentazione C partiziona S in fibre empiriche $E_S = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$. Ogni e_j contiene casi del campione con la stessa rappresentazione.

Una classe empirica $e \in E_S$ è incoerente se $\bigcap_{x \in e} B(x) = \emptyset$. Un test pratico sufficiente è il conflitto a coppie: esistono $x_i, x_j \in e$ tali che $B(x_i) \cap B(x_j) = \emptyset$.

Il Representational Collapse Index è:

$$RCI(S) = \frac{|\{x \in S : x \text{ appartiene a una classe empiricamente incoerente}\}|}{|S|}.$$

L'RCI stima la proporzione di casi auditati collocati in classi rappresentazionali nelle quali non esiste una decisione corretta comune. $RCI(S) = 0$ significa che nessun collasso incoerente è stato rilevato nel campione sotto la rappresentazione e il criterio di correttezza scelti. Non prova assenza di collasso fuori dal campione.

Negli spazi metrici o di embedding, l'uguaglianza esatta può essere troppo rigida. Sia ρ una distanza su Z , e sia $\varepsilon > 0$. Definiamo l'equivalenza approssimata mediante $\rho(C(x_i), C(x_j)) \leq \varepsilon$. Il corrispondente RCI_ε deve sempre essere riportato insieme a ε .

Per una regione $R \subseteq Z$, definiamo:

$$RCI_R(S) = \frac{|\{x \in S : C(x) \in R \text{ e } x \text{ appartiene a una classe incoerente}\}|}{|\{x \in S : C(x) \in R\}|}.$$

Quando è disponibile una funzione di gravità o perdita $w(x) \geq 0$, definiamo:

$$RCI_w(S) = \frac{\sum_{x \in S} w(x) 1_{\{x \text{ appartiene a una classe incoerente}\}}}{\sum_{x \in S} w(x)}.$$

12. Protocollo di audit

Il quadro può essere applicato come procedura di audit.

1. Definire il dominio degli stati reali X .
2. Definire la rappresentazione Z .
3. Specificare la mappa rappresentazionale C .
4. Definire le decisioni disponibili $A^i(z)$.
5. Definire la corrispondenza di correttezza $B(x)$.
6. Testare le intersezioni a livello di stato $A^i(C(x)) \cap B(x)$.
7. Testare le intersezioni a livello di fibra $A^i(z) \cap \bigcap_{x \in F_z} B(x)$.
8. Classificare i casi come errore evitabile, fallimento necessario a livello di stato, ambiguità strutturale di fibra o indeterminato.
9. Stimare RCI, RCI locale ed eventuali estensioni pesate.
10. Localizzare l'intervento in rappresentazione, disponibilità, criteri di correttezza, acquisizione dati, procedura o gestione del rischio.

13. Illustrazione computazionale controllata

Sia lo stato reale composto da una componente osservata u e da una componente nascosta h : $x = (u, h)$. La rappresentazione scarta la componente nascosta: $C(u, h) = u$. La decisione corretta dipende da h : $B(u, 0) = \{d_0\}$, $B(u, 1) = \{d_1\}$, e $d_0 \neq d_1$.

Allora $C(u, 0) = C(u, 1) = u$, ma $B(u, 0) \cap B(u, 1) = \emptyset$. Per il Corollario 1, nessuna regola decisionale deterministica fondata solo su u può essere corretta per entrambi gli stati. Questo illustra l'inaccessibilità strutturale nella sua forma minima.

14. Applicazioni di dominio

14.1 Decisione clinica

Nella decisione clinica, X è lo stato fisiologico reale del paziente. Z include misurazioni osservate, segni clinici, immagini diagnostiche, valori di laboratorio e cartelle. La mappa C include misurazione, tempistica, attenzione clinica, tecnologia disponibile e documentazione.

Due pazienti possono condividere la stessa rappresentazione sotto i test disponibili e differire in una variabile non osservata rilevante per il trattamento. Se il trattamento corretto differisce tra

quei pazienti, il medico affronta un limite indotto dalla rappresentazione. Il quadro non implica che la responsabilit  clinica scompaia. Distingue il livello a cui la responsabilit  deve essere esaminata.

14.2 Decisione giuridica

Nei sistemi giuridici, X   l'evento storico o la controversia nella sua pienezza. Z   la rappresentazione procedurale: prove ammesse, documenti depositati, allegazioni, fatti riconosciuti giudizialmente e vincoli procedurali. La mappa C include regole di deposito, ammissibilit  probatoria, termini, traduzione, conservazione degli atti e selezione istituzionale.

Il fascicolo non   la realt  completa.   una rappresentazione costruita. Se due storie materialmente diverse diventano indistinguibili nel fascicolo mentre richiedono esiti giuridici diversi, il giudice pu  non essere in grado di garantire una decisione corretta dal solo fascicolo. Questo non prova automaticamente un errore giudiziario. Identifica il punto in cui sorge il rischio.

14.3 Intelligenza artificiale

Nell'intelligenza artificiale, X   lo stato sottostante rilevante per il compito. Z pu  essere un vettore di caratteristiche, un embedding, una sequenza di token, una rappresentazione latente o un output sensoriale. La mappa C pu  essere estrazione manuale di feature, riduzione dimensionale, codifica appresa, compressione, tokenizzazione o preprocessing dei dati.

Se stati diversi con etichette corrette diverse sono mappati nella stessa rappresentazione, il miglioramento del modello a valle non pu  garantire separazione. Un classificatore pi  complesso non pu  recuperare una distinzione non presente nel suo input. Questo   rilevante per fairness, sicurezza e fallimenti fuori distribuzione.

15. Discussione

Il quadro separa quattro domande. La decisione era sbagliata? Una decisione corretta era disponibile sotto la rappresentazione? Una singola decisione poteva essere garantitamente corretta per tutti gli stati compatibili con la rappresentazione? La rappresentazione conservava le distinzioni richieste dal criterio di correttezza?

Molti audit si fermano alla prima domanda. Questo non basta. Una decisione sbagliata pu  essere un errore di selezione evitabile. Pu  anche essere la manifestazione di un limite strutturale pi  profondo.

Il quadro spiega anche perch  l'ottimizzazione pu  raggiungere un plateau. Se gli errori sono causati da fibre decisionalmente incoerenti, cambiare la regola a valle pu  redistribuire gli errori, ma non eliminarli. L'intervento corretto   a monte: migliorare misurazione, preservare prove, aggiungere caratteristiche, cambiare rappresentazione, espandere azioni disponibili o ridefinire l'architettura decisionale.

16. Limiti

Primo, $B(x)$   dipendente dal dominio. La correttezza in medicina, diritto e intelligenza artificiale non   definita dalla stessa struttura normativa. Secondo, X   raramente osservabile

in modo completo. Gli stati reali possono essere ricostruiti imperfettamente o soltanto dopo il fatto. Terzo, C può essere ignota o solo parzialmente ispezionabile. Nei sistemi appresi, la rappresentazione può essere distribuita e opaca.

Quarto, il teorema principale riguarda regole deterministiche. Regole randomizzate possono modificare la distribuzione del rischio, ma non creano una decisione garantitamente corretta quando non esiste una decisione corretta disponibile comune sull'intera fibra. Quinto, l'RCI è dipendente dal campione. Un RCI basso non prova l'assenza di collasso strutturale fuori dal campione. Sesto, il quadro non assegna responsabilità morale, giuridica o istituzionale. Identifica condizioni strutturali che possono essere rilevanti per l'analisi della responsabilità.

Il paper non pretende di essere una teoria matematica universale e chiusa della correttezza decisionale. Una teoria pienamente generale richiederebbe definizioni indipendenti dal dominio di stato, correttezza, osservabilità, misurazione e normatività. Tali definizioni non sono disponibili per sistemi reali eterogenei.

17. Conclusione

Questo paper ha formalizzato l'accessibilità della decisione sotto vincoli rappresentazionali. Il risultato centrale è un criterio di fibra: una decisione garantitamente corretta esiste per tutti gli stati reali compatibili con una rappresentazione z se e solo se l'insieme delle decisioni disponibili interseca l'insieme delle decisioni corrette comuni della fibra $C^{-1}(z)$.

Quando questa intersezione è vuota, nessuna regola deterministica operante soltanto su z può garantire correttezza sull'intera fibra. Nella forma a coppie, se due stati collassano nella stessa rappresentazione e richiedono decisioni corrette incompatibili, almeno uno di essi sarà deciso in modo scorretto da qualunque regola deterministica fondata solo su quella rappresentazione.

Il quadro distingue errore evitabile, fallimento necessario a livello di stato, ambiguità strutturale di fibra e casi indeterminati. Introduce inoltre l'RCI come metrica operativa di audit per rilevare collasso rappresentazionale in sistemi finiti.

L'implicazione principale e pratica: quando il fallimento è strutturale, scegliere meglio dentro la stessa rappresentazione non basta. La rappresentazione deve essere esaminata.

18. Stato di preprint e dichiarazione di riproducibilità

Questo documento è destinato al deposito archivistico come working paper/preprint. Il quadro è teorico e non dipende da dati empirici non pubblicati. La versione 1.0 deve essere trattata come versione archivistica citabile. Ogni correzione o estensione successiva dovrebbe essere depositata come nuova versione Zenodo, senza sostituire silenziosamente il record scientifico.

Qualunque futuro notebook computazionale, audit specifico su dataset o applicazione di dominio dovrebbe essere depositato come file supplementare separato e dovrebbe specificare il campione finito utilizzato, la mappa rappresentazionale o la rappresentazione osservata, la definizione operativa di correttezza, i vincoli di disponibilità, la soglia di equivalenza o similarità, l'RCI risultante e le eventuali estensioni pesate.

19. Etica, responsabilita e confini di dominio

Il quadro puo essere applicato a sistemi clinici, giuridici, amministrativi e di intelligenza artificiale, ma non sostituisce standard di cura, standard probatori, ragionamento giudiziario, diagnosi medica o conformita regolatoria. E una struttura analitica per identificare se un fallimento riguarda la selezione dentro una rappresentazione o l'adeguatezza della rappresentazione stessa. Nei domini ad alta posta, il quadro deve essere usato come ausilio di audit, non come strumento decisionale automatico.

20. Disponibilita dei dati

Questo working paper teorico non utilizza dataset empirici. Gli esempi sono formali e illustrativi. Qualunque futura implementazione empirica dovrebbe fornire dataset, codice, assunzioni e soglie necessari a riprodurre i valori RCI riportati.

21. Dichiarazione sui conflitti di interesse

L'autore dichiara l'assenza di conflitti di interesse istituzionali in relazione a questo working paper.

22. Dichiarazione sul finanziamento

Questo lavoro non ha ricevuto finanziamenti esterni.

23. Metadati Zenodo suggeriti e checklist di deposito

Titolo: Accessibilita della decisione e inaccessibilita strutturale sotto collasso rappresentazionale

Autore: Pierernesto Di Paolo

ORCID: 0009-0003-0149-4321

Tipo di risorsa: Preprint / Working paper

Lingua: Italiano

Parole chiave: teoria della decisione; collasso rappresentazionale; inaccessibilita strutturale; razionalita limitata; perdita informativa; audit; intelligenza artificiale; decisione giuridica; decisione clinica; RCI

Licenza: CC BY 4.0 e raccomandata per la massima riutilizzabilita scientifica; una licenza piu restrittiva dovrebbe essere scelta solo se intenzionale.

Versione: 1.0

Strategia DOI: usare il DOI specifico di versione per citare esattamente questa versione; usare il concept DOI solo per riferirsi collettivamente a tutte le versioni future.

Prima della pubblicazione su Zenodo, verificare che il titolo sia identico nel PDF e nei metadati Zenodo; nome dell'autore e ORCID siano corretti; il tipo di risorsa sia impostato su preprint o working paper; la licenza sia selezionata intenzionalmente; la versione sia indicata come 1.0; nel PDF non resti alcun DOI provvisorio; il PDF sia finale e internamente coerente; eventuali file supplementari siano nominati e versionati chiaramente; il campo descrizione riproduca l'abstract o una sua versione abbreviata; le parole chiave corrispondano al contenuto del paper.

Riferimenti bibliografici

- Arrow, K. J. (1951). *Social Choice and Individual Values*. New York: Wiley.
- Ashby, W. R. (1956). *An Introduction to Cybernetics*. London: Chapman & Hall.
- Bellman, R. (1957). *Dynamic Programming*. Princeton: Princeton University Press.
- Blackwell, D. (1953). Equivalent comparisons of experiments. *The Annals of Mathematical Statistics*, 24(2), 265-272.
- Cover, T. M., & Thomas, J. A. (2006). *Elements of Information Theory* (2nd ed.). Hoboken: Wiley.
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1979). Prospect Theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47(2), 263-291.
- Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27(3), 379-423; 27(4), 623-656.
- Simon, H. A. (1957). *Models of Man: Social and Rational*. New York: Wiley.
- Wald, A. (1950). *Statistical Decision Functions*. New York: Wiley.
- Wiener, N. (1948). *Cybernetics: Or Control and Communication in the Animal and the Machine*. Cambridge, MA: MIT Press.

Appendice A - Pseudocodice minimo di audit

Input: campione finito S ; mappa rappresentazionale C o rappresentazione osservata z ; insiemi di correttezza $B(x)$ o proxy di correttezza; insiemi di disponibilit  $A^i(z)$, se disponibili; eventuale soglia ε .

Procedura: calcolare le rappresentazioni $z = C(x)$ per ogni $x \in S$; raggruppare i casi per z identico o equivalenza approssimata; per ogni gruppo, verificare se l'intersezione comune di correttezza e vuota; marcare tutti i casi appartenenti a gruppi incoerenti; calcolare l'RCI; se $A^i(z)$ e noto, calcolare $G(z)$; classificare i gruppi come accessibilit  garantita, ambiguit  strutturale, fallimento necessario a livello di stato o indeterminazione.

Output: RCI; elenco delle classi incoerenti; RCI locale per regione; punto di intervento raccomandato.

Appendice B - Terminologia

Stato reale X : la condizione sottostante rispetto alla quale viene presa una decisione.

Rappresentazione Z : cio che il sistema osserva o usa effettivamente.

Mappa rappresentazionale C : la trasformazione dallo stato reale alla rappresentazione.

Decisioni disponibili $A^i(z)$: decisioni disponibili sotto la rappresentazione z .

Decisioni corrette $B(x)$: decisioni corrette per lo stato reale x .

Fibra F_z : tutti gli stati mappati nella stessa rappresentazione z .

Collasso rappresentazionale: piu stati reali mappati nella stessa rappresentazione.

Fibra decisionalmente incoerente: fibra i cui stati non condividono alcuna decisione

corretta comune.

Errore evitabile: decisione errata nonostante l'esistenza di una decisione corretta disponibile.

Fallimento necessario: assenza di qualsiasi decisione corretta disponibile per uno stato.

Ambiguità strutturale di fibra: assenza di una singola decisione disponibile e garantitamente corretta per tutti gli stati di una fibra.

RCI: indice campionario che misura la proporzione di casi collocati in classi rappresentazionali incoerenti.